

用图形计算器研究 09 年广东高考文科数学第 19 题

一、问题背景

例 (2009 年广东高考.文数第 19 题) 已知椭圆 G 的中心在坐标原点, 长轴在 x 轴上, 离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 两个焦点分别为 F_1 和 F_2 , 椭圆 G 上一点到 F_1 和 F_2 的距离之和为 12. 圆 C_k : $x^2 + y^2 + 2kx - 4y - 21 = 0$ ($k \in R$) 的圆心为点 A_k .

- (1) 求椭圆 G 的方程; (2) 求 $\Delta A_k F_1 F_2$ 面积;
 (3) 问是否存在圆 C_k 包围椭圆 G ? 请说明理由.

二、研究过程 (机型: TI-Nspire CX CAS 中文彩屏机)

1、求椭圆方程.

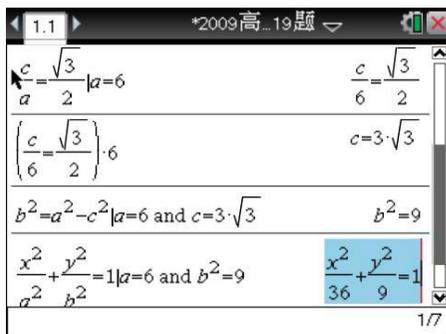
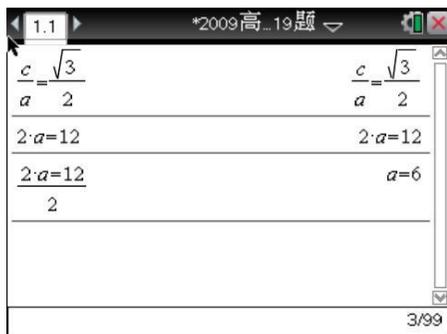
操作步骤要点:

S1 添加一个计算页面, 输入已知条件;

S2 依次计算出 a 、 c 、 b^2 的值;

S3 将 a 、 b^2 代入椭圆标准方程.

显示结果如下:



注释: 以上过程, 体现出 TI-Nspire CX CAS 机的强大 CAS 功能及符号变换之巧妙.

2、求 $\Delta A_k F_1 F_2$ 面积.

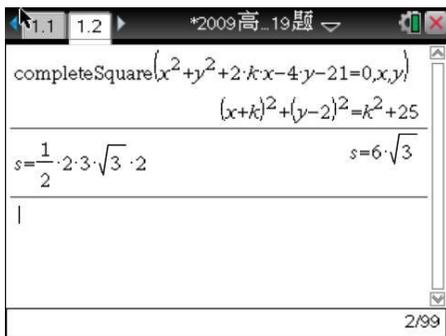
操作步骤要点:

S1 添加一个计算页面;

S2 将圆 C_k 进行配方;

S3 计算 $\Delta A_k F_1 F_2$ 的面积.

显示结果如右:



注释: 在计算页面中, 依次按【菜单】→【代数】→【配方】, 可调用配方指令.

3、探索圆 C_k 是否包围椭圆 G .

操作步骤要点:

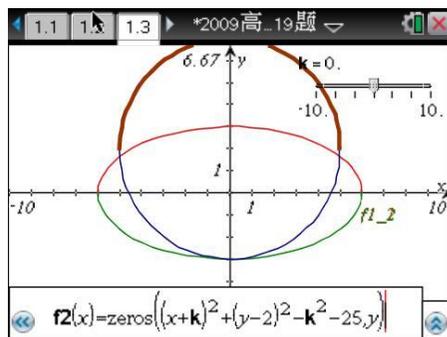
S1 添加一个图形页面;

S2 绘制椭圆图像;

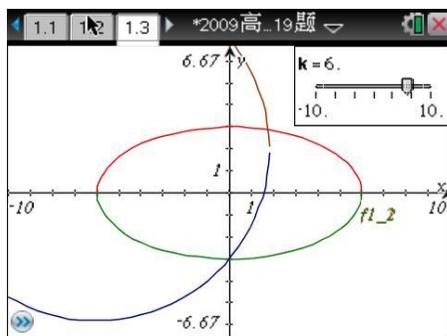
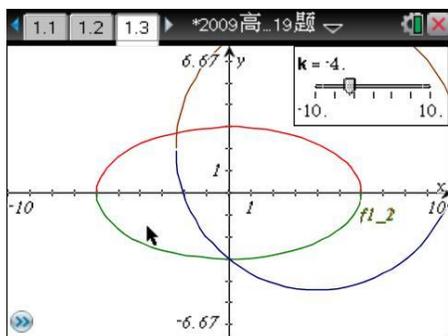
S3 插入游标, 命名为 k , 并修改参数值;

S4 绘制动圆图像.

显示结果如右:



实验探索: 拖动游标, 改变 k 值, 观察椭圆与动圆的位置关系. 图形如下:



从图中可看出, 动圆始终过椭圆内一定点 $(0, -3)$, 当 $k \geq 0$ 时, 椭圆左顶点 $(6, 0)$ 在圆外; 当 $k < 0$ 时, 椭圆右顶点 $(-6, 0)$ 在圆外, 由此不存在圆 C_k 包围椭圆 G .

注释: 在图形页面, 依次按【菜单】→【动作】→【插入游标】, 可调用插入游标指令; 在函数输入栏输入 $f1(x) = \text{zeros}(\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} - 1, y)$ 可得到椭圆图像; 按 Ctrl + G, 再次在函数输入栏输入 $f2(x) = \text{zeros}((x+k)^2 + (y-2)^2 - (k^2 + 25), y)$ 可得到动圆 C_k 的图像. 其中 zeros 的格式是“zeros(表达式,变元)”, 其功能是求表达式等于 0 时, 变元的结果或代数式, 即相当于函数的零点或零点表达式.

小结语:

此题考查了椭圆的标准方程及几何性质, 考查了圆的一般方程化标准方程和解决动态数学问题中运动与变化的辩证统一思想以及数形结合的数学思想方法. 图形计算器的辅助研究, 能让我们的解题思路更为明朗, 亲爱的同学们, 经历了图形计算器的探索实验, 你能将此题的数学求解过程书写出来吗? 请尝试写一写, 试一试自己的身手如何.

(本文作者: 广东省中山市东升高中 高建彪 邮箱: dsgjb@163.com, qq: 76456245)